

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

06.03.2010.

VIII РАЗРЕД

1. Реши једначину $\left| \left| |x| + 1 \right| + 2 \right| = 2010$.
2. Површина основе правилне тростране призме је $36\sqrt{3}\text{cm}^2$, а однос површине једне основе и површине омотача је $\sqrt{3} : 2$. Израчунај запремину призме.
3. Колико равни одређују темена коцке?
4. Тачка D је пресек симетрале угла BAC и странице BC троугла ABC . Ако је $|AB|=10\text{cm}$ и $|AC|=15\text{cm}$, доказати да је $|AD|<12\text{cm}$.
5. Група људи подели неку суму новца тако што је први добио 10 динара и десетину остатка; други 20 динара и десетину новог остатка; трећи 30 динара и десетину новог остатка, ... и тако све док нису поделили целокупну суму. На крају се испоставило да су сви добили исте суме новца. Колико људи је делило новац?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

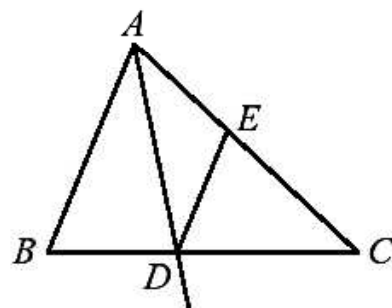
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗЕД

1. $\left\| |x| + 1 \right\| + 2 = 2010$, $\left\| |x| + 1 \right\| = 2008$ (5 бодова), $|x| = 2007$ (5 бодова),
 $x = 2007$ (5 бодова) или $x = -2007$ (5 бодова).
2. (ML XLIV-2) $B : M = \sqrt{3} : 2$, па је $M = 72\text{cm}^2$ (5 бодова). Основна ивица призме је 12cm (5 бодова), па заменом у M налазимо да је $H = 2\text{cm}$ (5 бодова). Запремина призме је $72\sqrt{3}\text{cm}^3$ (5 бодова).
3. (ML XLIV-1) Осам тачака од којих нема четири копланарне одређује 56 равни (5 бодова). Темена коцке формирају 12 четворки копланарних тачака (5 бодова). Свака од ових четворки одређује по 1 раван. Како смо код 56 равни рачунали да свака онаква четворка одређује 4 равни, потребно је од тог броја одузети по 3 равни за сваку четворку копланарних тачака. Дакле, одређено је 20 равни (10 бодова).
4. Ако је E тачка странице AC таква да је $DE \parallel AB$, онда је троугао ADE једнакокрак, а троуглови ABC и EDC су слични (6 бодова). Ако је $|AE| = |ED| = x$, онда је

$$(15 - x) : 15 = x : 10$$
 Добијамо $x = 6\text{cm}$ (6 бодова), па је
 $|AD| < |AE| + |ED| = 12\text{cm}$ (8 бодова).



5. Нека је x сума новца која се дели. Први из групе добија $10 + \frac{1}{10}(x - 10) = 9 + \frac{1}{10}x$ динара (4 бода). Након прве поделе остало је $\frac{9}{10}x - 9$ динара (4 бода). Други из групе добија $\frac{9}{100}x + \frac{171}{10}$ динара (4 бода). Како су суме које добијају сви једнаке то је $\frac{9}{10}x - 9 = \frac{9}{100}x + \frac{171}{10}$ одакле имамо да је $x = 810$ динара (4 бода).
 Заменом у једном од два израза за прву или другу особу добијамо да једна особа добија 90 динара, па закључујемо да је било 9 особа (4 бода).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.