

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 31.01.2015.

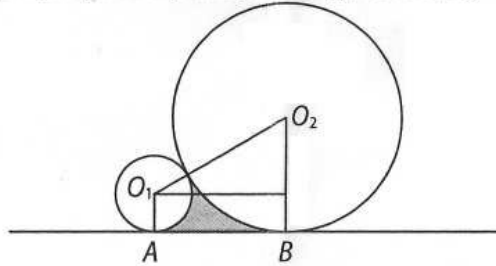
VIII РАЗРЕД

1. Одреди вредност променљиве a тако да једначине

$$a(x-1) + 3 = -1 \quad \text{и} \quad \frac{1-9x}{5} - 2 = \frac{3}{8} \cdot (1+x)$$

буду еквивалентне.

2. Кругови $K_1(O_1, 1\text{cm})$ и $K_2(O_2, 3\text{cm})$ додирују са исте стране праву p у тачкама A и B . Види слику! Израчунај обим и површину освенчене фигуре ако је централно растојање кругова $O_1O_2 = 4\text{cm}$.



3. Странице троугла ABC су 10cm , 18cm и 24cm . Обим њему сличног троугла PQR је 39cm . Одреди дужине страница троугла PQR .
4. Кружница је уписана у једнакокраки троугао. Крак троугла је подељен тачком додира кружнице у односу $7 : 5$ (гледано од врха ка основици). Одреди обим троугла ако је дужина основице 15cm .
5. Одреди прву цифру најмањег броја са збиром цифара 2015 .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

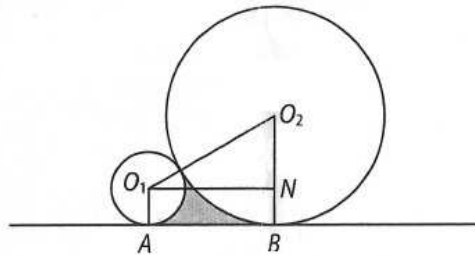
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 49/1) $x = -1$ (10 бодова), $a = 2$ (10 бодова).

2. (МЛ 48/3) Означимо са N подножје нормале из O_1 на O_2B . Тада је $O_1O_2 = 4\text{cm}$ и $O_2N = 2\text{cm}$ па је $\sphericalangle O_1O_2N = 60^\circ$ и $\sphericalangle O_2O_1A = 120^\circ$ (10 бодова). Површину осенченог дела одређујемо када од површине трапеца ABO_2O_1 одуземо површине два кружна исечка.

$$P = 4\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{2}, P = \left(4\sqrt{3} - \frac{11\pi}{6}\right)\text{cm}^2 \text{ (10 бодова).}$$



3. (МЛ 48/4) Означимо са a, b и c дужине страница троугла ABC и његов обим са O . Нека су одговарајуће дужине страница сличног троугла PQR једнаке a_1, b_1 и c_1 , а његов обим O_1 . Тада је $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{O}{O_1}$, па су дужине страница троугла PQR 7,5cm, 13,5cm и 18cm (20 бодова).

4. Крак према основици се односи као 12 : 10 (10 бодова), па је крак дужине 18cm, а обим троугла је 51cm (10 бодова).

5. Како је $2015 = 223 \cdot 9 + 8$, најмањи број са збиром цифара 2015 је $\underbrace{899\dots99}_{223}$, а тражена цифра је 8 (20 бодова. Обавезно образложење).