

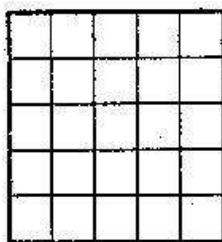
Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

17.04.2010.

VI РАЗРЕД

1. Ако је $\frac{a}{b} = -3$, израчунај $\frac{-2}{\frac{a}{b}} + \frac{\frac{b}{a}}{-2}$.
2. Конструирај троугао ABC ако су дати висина из темена C , $h_c = 4\text{cm}$, углови $\alpha = 75^\circ$ и $\beta = 45^\circ$.
3. Одреди природне бројеве a и b такве да је збир $\overline{991a} + \overline{b234}$ дељив бројем 18.
4. Дат је једнакокрако-правоугли троугао ABC са хипотенузом AB . Над страницом BC конструисан је једнакостранични троугао BCD . Израчунај угао ADB .
5. Дат је квадрат 5×5 . Подели овај квадрат „сечењем” по линијама нацртане мреже на 7 правоугаоника, тако да међу њима нема подударних?



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Изrada задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

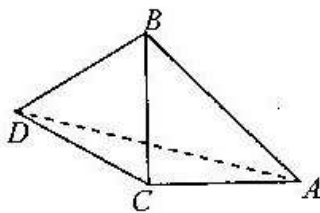
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗЕД

1. Сређивањем добијамо $\frac{-2}{-3} + \frac{-\frac{1}{3}}{-2} = \frac{5}{6}$ (20 бодова).
2. Углови од 45° и 75° се могу конструисати: 45° се добија конструкцијом симетрале правог угла, док се 75° степени добија конструкцијом симетрале угла од 30° и одузимањем од правог угла. Нека је D подножје нормале из темена C . Правоугли троуглови ACD и BCD се могу конструисати, пошто имају познату хипотенузу и још један угао. За коректну конструкцију дати 20 бодова.
3. Како 18 дели $991a + b234$, цифра a мора бити парна (5 бодова). Број n је дељив са 9 ако и само ако је сума цифара броја n дељива са 9. Следи да 9 дели суму цифара

$$9 + 9 + 1 + a + b + 2 + 3 + 4 = 28 + a + b \quad (10 \text{ бодова}).$$

Сада добијамо да је $a + b = 8$ или $a + b = 17$. Решења су следећи парови бројева $(0, 8)$, $(2, 6)$, $(4, 4)$, $(6, 2)$ и $(8, 9)$. (5 бодова)

4. Троугао ACD је једнакокрак, због $AC = CB = CD$ (5 бодова). Темена A и D могу бити са исте или различитих страна праве BC .



1) Темена A и D су са различитих страна праве BC . Угао ACD је једнак

$$90^\circ + 60^\circ = 150^\circ, \text{ па је}$$

$$\angle CAD = \angle CDA = 15^\circ \quad (3 \text{ бода}). \text{ Зато је}$$

$$\angle ADB = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ \quad (5 \text{ бодова}).$$

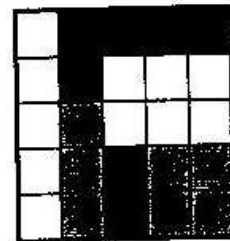
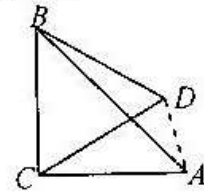
2) Темена A и D су са исте

стране праве BC . Угао ACD је једнак

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \text{ па је } \angle CAD = \angle CDA = 75^\circ \quad (3$$

$$\text{бода}). \text{ Зато је } \angle ADB = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ \quad (4 \text{ бода}).$$

5. Правоугаоници чија је једна страница једнака 1, имају димензије 1×1 , 1×2 , 1×3 , 1×4 и 1×5 . Правоугаоници чија је мања страница једнака 2 имају димензије 2×2 и 2×3 (5 бодова). Тих седам правоугаоника са површинама 1, 2, 3, 4, 5, 4 и 6 имају укупну површину 25 (5 бодова). Један могући распоред тих правоугаоника је на слици (10 бодова): (Дати 20 бодова и ако је неко нацртао добар распоред правоугаоника (и без претходног образложења)).



Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.