

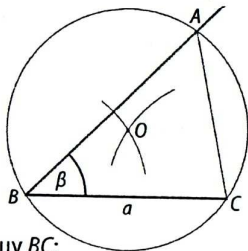
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу.
Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Како је збир непаран то је један сабирак паран, а други непаран. Дакле, или је $p = 2$ или $q = 2$ (8 бодова).
1) Ако је $p = 2$, то је $497q^2 = 2009$, па q није цео број (4 бода).
2) Ако је $q = 2$, то је $p^2 = 25$, тј. $p = 5$ (8 бодова).
Дакле, решење је $p = 5$ и $q = 2$.

2. Како је $xuxux$ дељиво са 3, то је $3x + 2u$ дељиво са 3, па је и u дељиво са 3, тј. $u \in \{3, 6, 9\}$ (6 бодова). Како је $uxuxux$ дељиво са 18, то u мора бити паран број, па је $u = 6$ (4 бода), и $4u + 3x = 24 + 3x$ дељиво са 9, па је $x \in \{1, 4, 7\}$. Дакле, решења су $x = 1, u = 6$ или $x = 4, u = 6$ или $x = 7, u = 6$ (10 бодова).

3. (МЛ47/2) Нека је на слици дат троугао ABC који задовољава услове задатка. Центар описане кружнице једнако је удаљен од темена троугла и можемо га одредити у пресеку кружница са центрима у теменима B и C чији су полупречници по 3cm . Конструкцију изводимо на следећи начин:

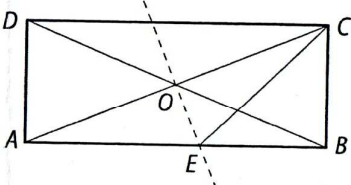


- а) на произвољној прави конструишемо страницу BC ;
б) у тачки B конструишемо угао од 45° ;
в) центар O конструишемо на претходно описан начин;
г) тачку A добијамо у пресеку описане кружнице троугла и крака конструисаног угла (20 бодова).

4. $\frac{1}{3} < \frac{2}{1-x} < \frac{3}{4}$, $\frac{6}{18} < \frac{6}{3 \cdot (1-x)} < \frac{6}{8}$, одакле је $8 < 3(1-x) < 18$ (10 бодова),

па је $\frac{8}{3} < 1-x < 6$, тј. $-1\frac{2}{3} > x > -5$. Дакле, $x \in \{-2, -3, -4\}$ (10 бодова).

5. Посматрајмо правоугаоник $ABCD$. Симетрала дијагонале пролази кроз пресек дијагонале и сече страницу AB у тачки E . Троугао EBC је једнакокрак и $\angle ECB = \angle CEB = 45^\circ$ (5 бодова).



Троугао ACE је једнакокрак па је $\angle ACE = 22^\circ 30'$ (10 бодова). Како је $\angle ACB = \angle ACE + \angle ECB = 67^\circ 30'$ и троугао OCB једнакокрак, то је тражени угао 45° (5 бодова).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
06.04.2013 – VI разред

1. Одреди просте бројеве p и q такве да је
 $p^2 + 497q^2 = 2013$.
2. Одреди цифре x и u различите од нуле ако је број $xuxux$ дељив са 3, а број $uxuxux$ дељив са 18.
3. Конструиши троугао ABC ако је $a = 5\text{cm}$, $\beta = 45^\circ$ и полупречник описане кружнице 3cm .
4. У скупу целих бројева реши неједначину
 $\frac{1}{3} < \frac{2}{1-x} < \frac{3}{4}$.
5. Симетрала једне дијагонале правоугаоника сече дужу страницу правоугаоника тако да је један од добијених делова једнак крајој страници. Одреди угао између дијагонале правоугаоника.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.