

министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – VI РАЗРЕД

1. Колико има четвороцифрених бројева дељивих са 5, код којих:  
а) се цифре могу понављати; б) су све цифре различите?
2. У правоуглом троуглу један оштар угао је  $30^\circ$ . Дужина катете наспрам угла од  $30^\circ$  је 9cm. Израчунај растојање тежишта троугла од:  
а) ортоцентра троугла; б) центра описаног круга тог троугла.
3. У троуглу  $ABC$  угао  $\alpha$  је  $80^\circ$ , а висине  $h_a$  и  $h_b$  секу се под углом од  $126^\circ$ . Која је најмања, а која највећа страница у троуглу  $ABC$ ?
4. Лука је на тастатури хтео да укуца двоцифрени број  $\overline{ab}$ . Грешком је испред прве цифре и после друге цифре укуцао 4. На тај начин добио је четвороцифрени број 54 пута већи од двоцифреног броја  $\overline{ab}$ . Одреди број  $\overline{ab}$ .
5. У квадрату странице 44cm распоређено је 2013 тачака. Докажи да постоји квадрат странице 1cm у коме су бар две тачке.

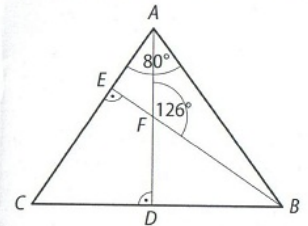
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (МЛ46-2) а) Број је дељив са 5 ако се завршава цифром 0 или 5, па закључујемо да се на последњем месту могу наћи 2 цифре. Како цифре могу да се понављају при запису броја, на првом месту могу се наћи 9 цифара (све осим 0), на другом 10 и на трећем 10 па таквих бројева има  $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 1800$  (10 поена).  
б) Ако су све цифре различите разликоваћемо 2 случаја: 1) На последњем месту је 0 – таквих бројева има  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 504$ ; 2) На последњем месту је 5 – таквих бројева има  $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 448$ ; Дакле, укупно имамо 952 четвороцифрена броја дељива са 5 чије су све цифре различите (10 поена).
2. Хипотенуза је 18cm (4 поена), тежишна дуж која одговара хипотенузи је 9cm (4 поена). Ортоцентар правоуглог троугла је у темену правоугла, а центар описане кружнице у средишту хипотенузе. Растојање тежишта од:  
а) ортоцентра је 6cm (6 поена); б) центра описаног круга је 3cm (6 поена).

3. (МЛ45-2)  $\sphericalangle AFB = \sphericalangle EFD = 126^\circ$ .  $\gamma = \sphericalangle ACB = 180^\circ - \sphericalangle EFD = 54^\circ$  (8 поена).  
 $\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) = 46^\circ$ . Како је  $\alpha > \gamma > \beta$ , то је  $a > c > b$  (12 поена).



4. (МЛ46-1) Лука је укуцао број  $\overline{4ab4}$  па имамо да је  $\overline{4ab4} = 54\overline{ab}$  (5 поена). Како је  $\overline{4ab4} = 4004 + 10\overline{ab}$  (5 поена), имамо  $4004 + 10\overline{ab} = 54\overline{ab}$ , тј.  $4004 = 44\overline{ab}$ , одакле је  $\overline{ab} = 91$  (10 поена).

5. Поделитемо квадрат правама које су паралелне страницама квадрата на мање квадрате странице 1cm. На тај начин добијамо  $44 \cdot 44 = 1936$  мањих квадрата. 1936 тачака можемо распоредити тако да у сваком од посматраних квадрата буде тачно по једна тачка. Ма како распоредили остале тачке свака ће бити у квадрату у коме је бар још једна тачка (од првобитно распоређених 1936 тачака) па следи тврђење задатка (20 поена).