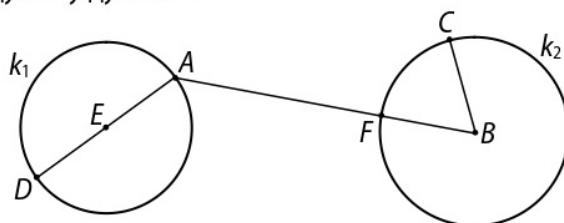


ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

**Општинско такмичење из математике ученика основних школа
20.02.2022.**

V разред

1. На датој слици тачка E је центар кружнице k_1 , а тачка B је центар кружнице k_2 . Ако је полупречник кружнице k_1 једнак 13 cm, дуж AB има дужину 53 cm и изломљена линија $DABC$ има дужину 1 m, одреди дужину дужи AF .



2. Дат је низ слова
КОЛИЧНИКОСТАТАККОЛИЧНИКОСТАТАККОЛИЧНИКОСТАТАК...
Одредити 2022. слово у том низу.
3. На правој p дате су три тачке и дате су још три неколинеарне тачке које не припадају правој p . Колико дужи и колико највише правих је одређено овим тачкама?
4. Дати су скупови A, B и C такви да је $A \cap B \cap C = \emptyset$. Ако скуп $A \setminus B$ има 7 елемената, скуп $C \setminus B$ има 8 елемената, скуп $A \cap C$ има 2 елемента и $A \cup B \cup C$ има 20 елемената, колико елемената има скуп B ?
5. Одреди цифре x и y тако да је производ троцифрених бројева $\overline{12x}$ и $\overline{34y}$ дељив са 15. Одреди сва решења.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/1) Нека је r полупречник кружнице k_2 . Како је $DA = 26$ cm, $AB = 53$ cm и дужина изломљене линије $DABC = DA + AB + BC$, то је 1 m = 26 cm + 53 cm + r [5 бодова], одакле је $r = 21$ cm [5 бодова]. Сада је $AF = AB - BF = AB - r = 32$ cm [10 бодова].

2. (МЛ 55/1) Низ слова КОЛИЧНИКОСТАТАК, који се понавља, има 15 слова [2 бода]. Како је $2022 = 15 \cdot 134 + 12$ [6 бодова], то је на 2022. месту дванаесто слово датог низа [10 бодова], а то је слово А [2 бода].

3. Означимо тачке као на слици. Дате тачке одређују 15 дужи [8 бодова].

Тачке A, B, C одређују једну праву [2 бода].

Тачке M, N, P одређују 3 праве [2 бода].

Свака од тачака A, B, C са сваком од тачака M, N, P одређује по једну праву, односно укупно 9 правих [2 бода]. Највећи број правих одређених свим тачкама је $1 + 3 + 9 = 13$ [6 бодова].

(Признавати одговоре и у којима су набројане (тачно) све дужи, односно праве.)

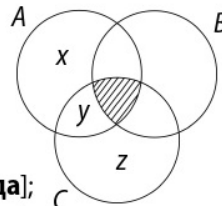
4. Означимо број елемената у појединим деловима скупова A, B и C као на слици. Како у пресеку сва три скупа нема елемената, онда је:

- $y = 2$ јер скуп $A \cap C$ има 2 елемента [4 бода];

- $x + y = 7$ јер скуп $A \setminus B$ има 7 елемената, па је $x = 5$ [3 бода];

- $y + z = 8$ јер скуп $C \setminus B$ има 8 елемената, па је $z = 6$ [3 бода].

Како $A \cup B \cup C$ има 20 елемената, скуп B имаће $20 - (x + y + z) = 20 - 13 = 7$ елемената [10 бодова].



5. Из $15 \mid \overline{12x} \cdot \overline{34y}$ закључујеш да је бар један од ових бројева дељив са 3 и бар један дељив са 5.

1) Нека $5 \mid \overline{12x}$. Ако је $x = 0$, тада $15 \mid 120$, па је $y \in \{0, 1, \dots, 9\}$ [5 бодова]. Ако је $x = 5$, тада мора $3 \mid \overline{34y}$, па је $y \in \{2, 5, 8\}$ [5 бодова].

2) Нека $5 \mid \overline{34y}$. Ако је $y = 0$, тада мора $3 \mid \overline{12x}$, па је $x \in \{0, 3, 6, 9\}$ [5 бодова].

Ако је $y = 5$, тада $15 \mid 345$, па је $x \in \{0, 1, \dots, 9\}$ [5 бодова].

Дакле, задатак има 24 различита решења, јер се производи $120 \cdot 340$, $120 \cdot 345$ и $125 \cdot 345$ понављају у по два случаја.