ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 03.12.2021.

V РАЗРЕД

1. Збир свих ивица коцке је 120 cm. Израчунај збир свих ивица и површину квадра који се састоји од три такве коцке.

2. Одреди све:
а) троцифрене;
б) четвороцифрене
бројеве чији је производ цифара једнак 105.

3. Одреди цифре a и b тако да је осмоцифрени број

$$\overline{2a0b2a1b}$$

дељив са 36 и да је највећи могућ.

4. Одреди све четвороцифрене бројеве облика $\overline{abba}$ такве да важи

$$\overline{ab}-\overline{ba}=3\cdot a+3\cdot b.$$

5. Колико има троцифрених бројева код којих је цифра стотина за 1 већа од цифре јединица и који су дељиви са 3?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 55/5**) Коцка има 12 ивица па је дужина једне ивице 120 : 12 = 10 cm [**5 бодова**]. Димензије квадра су 10 cm, 10 cm и 30 cm, па је његова површина 1 400 cm^2 [**7 бодова**], а збир дужина његових ивица је $4 \cdot 10$ cm + $4 \cdot 10$ cm + $4 \cdot 30$ cm = 200 cm [**8 бодова**].

2. (**МЛ 56/1**) Како је $105 = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ то [**2 бода**]:
а) троцифрених бројева има 6: 357, 375, 537, 573, 735, 753 [сваки тачно записан број **по 1 бод**];
б) четвороцифрених бројева има 24:
1357, 1375, 1537, 1573, 1735, 1753, 3157, 3175, 3517, 3571, 3715, 3751, 5137, 5173, 5317, 5371, 5713, 5731, 7135, 7153, 7315, 7351, 7513, 7531 [за свака два тачно записана броја **по 1 бод**].

3. (**МЛ 56/1**) Број је дељив са 36 ако је дељив са 4 и 9 [**2 бода**]. Како број мора бити дељив са 4 то је $b = 2$ или $b = 6$ [**2 бода**]. Како број мора бити дељив и са 9, то је збир $2a + 2b + 5$ дељив са 9 [**2 бода**]. За $b = 2$ добијамо $a = 0$ [**4 бода**] или $a = 9$ [**4 бода**], а за $b = 6$ добијамо $a = 5$ [**4 бода**]. Највећи број је за $b = 2$, $a = 9$ и то је број 29022912 [**2 бода**].

4. Из $10a + b - (10b + a) = 3a + 3b$ [**5 бодова**], добијамо $a = 2b$ [**10 бодова**]. Тражени бројеви су: 2112, 4224, 6336 и 8448 [**5 бодова**].

5. Могуће цифре стотина и јединица дате су у табели [**5 бодова**].

Цифра стотина	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Цифра јединица	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Ако је збир цифара стотина и јединица дељив са 3, онда за цифру десетица постоје 4 могућности (0, 3, 6, 9) [**5 бодова**]. Ако збир цифара стотина и јединица није дељив са 3, онда за цифру десетица постоје 3 могућности (1, 4, 7 или 2, 5, 8) [**5 бодова**]. Како међу датим могућностима постоје 3 пара бројева чији је збир дељив са 3 и 6 парова бројева чији збир није дељив са 3, то укупно постоји $3 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 12 + 18 = 30$ тражених троцифрених бројева [**5 бодова**].