**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**
**УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 03.12.2021.**

## VII РАЗРЕД

**1**. Одреди све целе бројеве $a$ тако да унија скупова

$$\{2021, 5a+22\} \quad \text{и} \quad \{2022, 4a+1\}$$

садржи тачно 3 елемента.

**2**. Нека су тачке $O$ и $M$ редом средишта страница $AB$ и $AD$ квадрата $ABCD$. Израчунај колики проценат површине квадрата представља површина троугла $AOM$.

**3**. Одреди најмањи природан број $n$, већи од 1, за који је број $\sqrt{n\sqrt{n}}$ такође природан.

**4**. Израчунај вредност израза $\sqrt{(\sqrt{8}+3)^2}-\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}$.

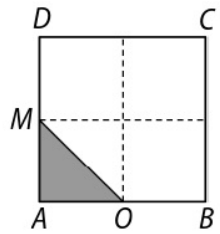
**5**. Дате су четири фигуре: квадрат странице $a$; правоугли троугао чија је једна страница једнака 10 cm, а друга 6 cm; ромб странице $a$ и тупог угла од 150° и правоугаоник чија је једна страница једнака 8 cm. Ако све четири фигуре имају обим по 24 cm, одреди која има највећу, а која најмању површину.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## VII РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.**
**Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

**1**. Како је $a$ цео број, скуп $\{2021, 5a + 22, 2022, 4a + 1\}$ садржаће тачно 3 елемента у једном од следећих случајева: $5a + 22 = 4a + 1$ [**5 бодова**], $5a + 22 = 2022$ [**5 бодова**] и $2021 = 4a + 1$ [**5 бодова**]. Одавде је $a \in \{-21, 400, 505\}$ [**5 бодова**].




**2**. (**МЛ 55/5**) Површина троугла $AOM$ је $\frac{1}{8}$ површине квадрата [**10 бодова**], а то је 12,5% површине квадрата [**10 бодова**].

**3**. (**МЛ 56/1**) Да би број $\sqrt{n\sqrt{n}}$ био природан неопходно је да $\sqrt{n}$ буде природан број, тј. да $n$ буде потпун квадрат. Провером за $n = 4$, $n = 9$, $n = 16$ видимо да је најмањи овакав природан број $n = 16$ [**20 бодова**].

*Напомена 1*. Признавати и решење ученика који су проверавали за $n = 2, n = 3, ..., n = 15, n = 16$.

*Напомена 2*. Ако ученик само напише $n = 16$, без образложења зашто је то најмањи број, бодовати са 5 бодова.

**4**. (**МЛ 56/1**) Како је $\sqrt{(\sqrt{8}+3)^2} = \sqrt{8}+3$ [**2 бода**] и $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2} = |\sqrt{8}-3| = 3-\sqrt{8}$ [**8 бодова**], па је тражени збир $\sqrt{8}+3-(3-\sqrt{8}) = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$ [**10 бодова**].

**5**. (**МЛ 55/5**) Страница квадрата је 6 cm [**2 бода**], ра је $P_k = 36$ cm$^2$ [**2 бода**]. Трећа страница троугла је 8 cm [**2 бода**], па је $P_t = 24$ cm$^2$ [**2 бода**]. Страница ромба је 6 cm [**2 бода**], висина ромба 3 cm [**2 бода**], па је $P_r = 18$ cm$^2$ [**2 бода**]. Друга страница правоугаоника је 4 cm [**2 бода**], па је $P_p = 32$ cm$^2$ [**2 бода**]. Најмању површину има ромб, а највећу квадрат [**2 бода**].